Aus dem neurologischen Laboratorium der Universität Basel
(Vorsteher Prof. Rob. Bing)

Zur Berechnung der sog. Korrelationen bei Psychotechnischen Eignungsprüfungen

Inaugural-Dissertation
zur Erlangung der Doktorwürde
der Hohen medizinischen Fakultät der Universität Basel

vorgelegt von

FRANZ ZWINGGI, med. pract.
von Langnau (Kt. Luzern)

1929 — Buchdruckerei «Gutenberg», Lachen — Verlag

Von der hohen medizinischen Fakultät der Universität Basel
genehmigt auf Antrag von Herrn Prof. Dr. Rob. Bing.

Meinen lieben Eltern.

Zur Berechnung der sog. Korrelationen bei psychotechnischen Eignungsprüfungen.

1. Bedeutung der sog. Korrelationen.
2. Die empfohlenen Methoden zur Feststellung der Korrelationen.
3. Vergleich der Methoden A. und B. am gleichen Material.
4. Hat Methode A. einen Vorzug vor B.? (Prüfung an Hand der Galton'schen Kurve.)

1. BEDEUTUNG DER SOG. KORRELATION.

Galton hat im Jahre 1886 (Family likeness in stature, Proc. Roy. Soc. vol. 40 1886) den Begriff der Korrelation eingeführt und damit die Tendenz zweier biologischer Charaktere bezeichnet, in gegenseitig sich entsprechender Weise zu variieren. Die Grade dieser Variation können null, teilweise oder absolut sein. Null, wenn kein Parallelismus in der Variation der beiden besteht, teilweise, wenn dieser nur in gewissem Grade vorliegt, absolut, wenn jede Variation des einen biologischen Phänomens eine entsprechende Variation beim andern nach sich zieht.

Graphisch dargestellt, variiert die Korrelation nach einer Geraden, die wir Schwerpunktslinie nennen. Wenn die Neigung derselben 45 Grade ist, dann haben wir das Maximum der Korrelation, verläuft sie horizontal oder vertikal zu den Koordinaten, den Korrelationswert Null.

Linien, die weder parallel zu den Achsen stehen, noch 45 Grade geneigt sind, bezeichnet Galton als Regressionslinien, weil sie das Bestreben einer variablen Qualität ausdrücken, die andere Variable in ihrer extremsten Variation nicht zu folgen, im Gegenteil aber Mittelwerten entgegenzustreben. *)

Prüfling	Arithmetik Noten	Zeichnen Noten
A.	1	1
B.	2	1
C.	2	3
D.	3	1
E.	3	1
F.	3	3
G.	3	4
H.	4	3
J.	4	4
K.	5	3

Ein Verhältnis stellen die biologischen Qualitäten unter sich immer dar. Für uns handelt es sich darum, diesen Grad ihrer innern Beziehungen oder Korrelationen rechnerisch zu bestimmen. Diese Berechnung darf nicht auf wenige Versuchspersonen basieren. Schon

*) Siehe Regressionslinien, Seite 14.

die große Bedeutung des Korrelationsgrades für die psychotechnische Eignungsprüfung allein verlangt eine größere Zahl von Prüflingen. Erst dann sind Schlüsse und Anwendung überall da erlaubt, wo die Gutachtertätigkeit einzusetzen hat. Industrie und Gewerbe verlangen heute im Interesse der Allgemeinheit vom Einzelnen die bestmöglichste Leistung im Konkurrenzkampfe. Nur eine exakte und systematische Eignungsprüfung wird dem Prüfling sein entsprechendes Wirkungsfeld zuweisen und damit der Allgemeinheit dienen.

In einer Arbeit von Schnyder aus dem Neurologischen Laboratorium der Universität Basel sind die praktisch leicht anwendbaren Tests für 50 Prüflinge verwendet, die Ergebnisse in Zahlensäulen notiert und mit einer Rangnote versehen worden.

2. DIE EMPFOHLENEN METHODEN ZUR FESTSTELLUNG DER KORRELATIONEN.

Zwei Formeln wurden für die Berechnung des Korrelationscoeffizienten vorgeschlagen. Die erstere als *Produktenformel von Pearson* (Mathematical contribution to the theory of evolution). Es ist dies die Formel des Mathematikers *Bravais*. Die zweite als *Rangformel von Spearman*. Measurement of association between two things, A J of Ps.)

Die Methode der Produkte.

In der Formel

$$r = \frac{\Sigma xy}{\sqrt{12 \times 12}}$$

ist r der Korrelationscoeffizient. Dieses r kann zwischen 1 und —1 schwanken.

Ist r = 1, dann ist die Korrelation komplett und positiv. Ist r = —1, dann ist sie wohl auch komplett, aber invers: die Charaktere variieren, jedoch in entgegengesetztem Sinne, sie sind Antagonisten. Ist r = Null, dann ist die Korrelation gleich Null.

Name:	*Arithmetik:*			*Gesang:*			
	Test	x	x^2	*Test*	y	y^2	xy
Alfred	1	−2	4	3	+0	0	−2
Bernhard	2	−1	1	1	−2	4	+2
Karl	2	−1	1	3	0	0	0
Otto	3	0	0	2	−1	1	0
Eduard	3	0	0	2	−1	1	0
Franz	3	0	0	3	0	0	0
Georg	3	0	0	4	+1	1	0
Heinrich	4	+1	1	3	0	0	0
Anton	4	+1	1	5	+2	4	+2
Jakob	5	+2	4	2	−1	1	−2
Mittel	= 3		Σ 12	3		Σ 12	Σ 0

x ist die Differenz des Einzelresultates zu dem aus allen Resultaten bestimmten Mittelwerte 3 bei der Qualität Arithmetik. y die entsprechende Differenz bei der Qualität Gesang. Σ bezeichnet die Summe einer Zahlensäule.

$$r = \frac{0}{\sqrt{12 \times 12}} = 0$$

Eine andere Prüfung ergab Folgendes:

	Arithmetik:	*Geometrie:*	*Gesang:*
Alfred	1	1	4
Franz	3	3	3
Otto	3	3	2
Bernhard	2	2	1
Jakob	5	5	2
Karl	2	2	3
Heinrich	4	4	3
Georg	3	3	4
Anton	4	4	5
Eduard	3	3	3

Die erste Kolonne entspricht der zweiten ganz übereinstimmend. Zwischen Geometrie und Arithmetik besteht eine absolute Korrelation. Welcher Korrelationsgrad besteht nun zwischen der ersten und dritten Zahlensäule? Der bloße Anblick dieser letztern kann uns die Antwort nicht geben, noch weniger eine graphische Kurve. Siehe S. 14 (Fig. 1).

Daß wir aber solche Beziehungen zahlenmäßig ausdrücken dürfen, erklärt uns 2. Figur (S. 14), in welcher wir die Arithmetik als Ordinate (X), den Gesang als Abscisse (y) eingetragen haben. Die

Variationen unterscheiden sich nämlich nach dem Modus der Häufigkeitskurve, der als Null bezeichnet wird, in positive und negative.

Es dreht sich eigentlich alles um zwei sich schneidende Gerade. In der Figur 2 könnte ab wie cd die Schwerpunktsachse sein. Diese beiden Linien sind den Koordinaten parallel, was gleichbedeutend ist mit dem Korrelationkwerte Null. Im Gegensatz dazu ist in Figur 3 die Schwerpunktslinie Aj das Zeichen einer kompletten, absoluten Relation.

Wahrscheinliche Irrtumsmöglichkeit des Korrelationscoeffizienten.

Name:	*Arithmetik:*			*Zeichnen:*			
	Test:	x	x^2		y	y^2	xy
a	1	—2	4	1	—1,5	2,25	3
b	2	—4	1	1	—1,5	2,25	1,5
c	2	—1	1	3	0,5	0,25	0,5
d	3	0	0	1	—1,5	2,25	0
e	3	0	0	2	0,5	0,25	0
f	3	0	0	3	0,5	0,25	0
g	3	0	0	4	1,5	2,25	0
h	4	+1	1	3	0,5	0,25	0
j	4	+1	1	4	1,5	2,25	1,5
k	5	+2	4	3	0,5	0,25	1
Mittelw.:	3		12	2,5		12,5	7

$$r = \frac{7}{\sqrt{12 \times 12}} = 0{,}57 = 57\,\%$$

Mit der Ermittlung dieses Wertes von 0,57 ist die Berechnung aber nicht abgeschlossen. Dieser Koeffizient von 0,57 könnte durch Zufall gerade so groß geworden sein. Man muß also nach Claparède noch den Grad des «Zutrauens» bestimmen, den der Koeffizient verdient, indem man eine Irrtumswahrscheinlichkeit in Anrechnung bringt, die sich nach der Pearson'schen Formel richtet:

Wahrscheinliche Irrtumsmöglichkeit des Korrelationscoeffizienten:

$$= 0{,}675 \times \frac{1 - r^2}{\sqrt{n}} = 0{,}675 \times \frac{0{,}675}{3{,}16} = \underline{0{,}14}$$

Der Korrelationscoeffizient war 57 %, also ergibt sich die Möglichkeit von 1 : 2, daß er zwischen 0,43 und 0,71 liegt (0,57 — 0,14 = 0,43) (0,57 + 0,14 = 0,71.)

Die Methode des Ranges.

Anstatt x und y zu ermitteln, können wir die Rangstufen auswerten, die die Einzelresultate einnehmen und r nach der *Spearman'schen Formel* berechnen, wie uns ein Beispiel mit fünf supponierten Schülern zeigen mag.

Arithmetik (nach der Testnote geordnet)		*Zeichnen* (nach der Testnote geordnet)		
Prüflinge:	a	b	a—b	$(a-b)^2$
Alfred	1	1	0	0
Karl	2	3	—1	1
Georg	3	5	—2	4
Otto	4	2	+2	4
Jakob	5	4	+1	1
				10

$$r = 1 - \frac{6 \times \Sigma (a-b)^2}{n \times (n^2-1)} = 1 - \frac{6 \times 10}{5 \times 24} = 1 - 0{,}5 = \underline{0{,}5}$$

Auch dieser Berechnung schließt sich wie bei der ersten Methode die Berechnung der Irrtumswahrscheinlichkeit an.

Die beiden Methoden.

Es ergibt sich aus der Berechnungsweise ohne weiteres, daß die Rangformel eine beträchtliche Ungenauigkeit in sich schließt. Wir werden die Resultate nach einer praktischen Anwendung beider

n = Anzahl der Prüflinge.

Formeln einem Vergleiche unterziehen und erwägen, welche Berechnungsweise den Vorzug verdient.

Schnyder wandte am gleichen Material von 50 Prüflingen die *Spearman'sche Formel* des Ranges an. Diese Formel erfordert ohne Zweifel in ihrer praktischen Handhabung viel weniger Zeit und zudem hat sie den Vorteil, selbst solche biologische Aeußerungen einreihen zu lassen, für die es besser ist, dem Range nach und nicht mit einer präzisen Zahl qualifiziert zu werden. Es wäre z. B. leichter und vorteilhafter, Zeichnungen und Handschriften nach ästhetischer Wertfolge zu beurteilen, als numerisch.

Da die Psychotechnik aber mit leicht faßbaren Tests solche Qualitäten auf einfachere Weise prüfen kann, legen wir diesem Vorteile nicht zu große Bedeutung bei und gehen über zur Betrachtung des Fehlers, der in der Rangformel liegt.

Aus dem angeführten Beispiele springt der Fragepunkt ohne weiteres in die Augen.

	Noten:	*Rang:*
Moritz	10	1
Albert	8	2
Ludwig	7	3
Peter	4	4

Die Noten zeigen eine auffallend ungleiche Skala ihrer Werte. Die Unterschiede sind nicht entsprechend dem Range. Sie schwanken von 1 — 3. Von 8 — 7 ist der Unterschied = 1; von 7 — 4 = 3; der größte Unterschied ist also das Dreifache vom kleinsten.

In meiner Arbeit bestimmte ich das Verhältnis einer Anzahl von Tests, die entsprechend der Praxis des «Institut J. J. Rousseau» in Genf bei den psychotechnischen Untersuchungen im Basler Neurologischen Laboratorium im Gebrauch sind, nämlich:

Intelligenzprüfung (nach Terman): «Spielsteine» (Handfertigkeit)
Intelligenzprüfung (nach Terman): «Metallplatten» (Fingergefühl)
Intelligenzprüfung (nach Terman): «Stickernadel» (Combiniert aus Handfertigkeit, Augenmaß und Fingergefühl.)

Beim ersten ist der erwähnte Unterschied das 83-fache! Beim zweiten das 24-fache! Beim dritten das 45-fache!

Diesen Nachteil hat die Produktenformel nicht, weil sie sich auf Zahlen stützt, die nach Errechnung eines Mittelwertes gefunden

wurden: sie ist eine mathematisch genaue Formel. Es handelt sich für uns aber trotzdem darum, ob die leichtere Handhabung der Rangformel und die andern erwähnten Vorteile nicht vor zu großen Unterschieden gegenüber dem wirklichen Resultate zurücktreten müssen. Den Entscheid aber kann uns nur eine Prüfung der beiden an Hand der *Galton'schen* Kurve ergeben.

Galton hat diese Kurve erfunden, um die Variabilität darzustellen. Wenn man z. B. 100 Individuen der Größe nach aufstellt, die kleinsten links, die größten rechts, dann sind die mittelgroßen am zahlreichsten. Die beiden Extreme stellen auffallend geringere Zahlenwerte dar.

Verbinden wir nun alle Köpfe durch eine Linie, dann stellt diese eine Spitzbogenkurve dar. Das ist die *Galton'sche Kurve.*

Solche Kurven haben wir für unsere Berechnungen konstruiert und daraus die entscheidenden Schlußfolgerungen gezogen.

Die Resultate.

A. Nach der Produktenformel.

Bei der Korrelationsbestimmung wurde als Basis für alle drei Qualitäten die Intelligenzprüfung *«Terman»* mit folgenden Werten zu Grunde gelegt:

1. Gesamtsumme der Qualitäten = 4821
2. Mittelzahl = 96.42
3. x2 = 7657

I. Stickernadel.

1. Gesamtsumme der Qualitäten = 328
2. Mittelzahl = 6,57
3. Σy^2 = 96.36
4. Σxy = — 124
5. r = 0,104
6. Irrtumswahrscheinlichkeitscoeffizient = 0,094

II. Metallplatten.

1. Gesamtsumme der Qualitäten = 380
2. Mittelzahl = 2.6
3. Σy^2 = 1772
4. Σxy = — 1438.35

5. r = — 0.39
6. Irrtumswahrscheinlichkeitscoeffizient = 0.08

III. Spielsteine.

1. Gesamtsumme der Qualitäten = 7690
2. Mittelzahl = 153.8
3. Σy^2 = 153.50
4. Σxy = 561.83
5. r = 0,518
6. Irrtumswahrscheinlichkeitscoeffizient = 0.08

B. Nach der Rangformel.

I. Stickernadel.

r = 0.11
Irrtumswahrscheinlichkeitscoeffizient = 0.09

II. Metallplatten.

r = 0.38
Irrtumswahrscheinlichkeitscoeffizient = 0.08

III. Spielsteine.

r = 1 — 1.02
Irrtumswahrscheinlichkeitscoeffizient = 0.09

Vergleich.

I.

a. Stickernadel und Metallplatten geben praktisch genommen mit beiden Formeln gleiche Resultate.

b. Die Rangunterschiede sind bei der Stickernadel von der größten zur kleinsten Differenz 45-fach, bei der Metallplatte 24-fach.

c. Die Uebereinstimmung drückt sich auch in den *Galton'schen* Kurven aus. Zu bemerken ist, daß man sich infolge der beidseitigen Quadratwerte der y^2-Kurve gegenüber der regelmäßigen Rangkurve nicht täuschen lassen soll.

II.

a. Die Spielsteine geben mit den beiden Formeln ungleiche Resultate: Mit der Rangformel 1 — 1.02, mit der Produktenformel 0,518. Die Differenz ist praktisch beträchtlich. Das

Resultat der Rangformel wurde nachgeprüft und richtig befunden. Des fernern wurde die Produktenformel an allen 50 Prüflingen angewandt und ergab durchwegs den Wert 1 für

$$\frac{\Sigma xy}{\sqrt{\Sigma x^2 \times \Sigma y^2}}$$

b. Die Rangunterschiede sind für die Spielsteine 83 : 1.

Schlußfolgerungen.

I.

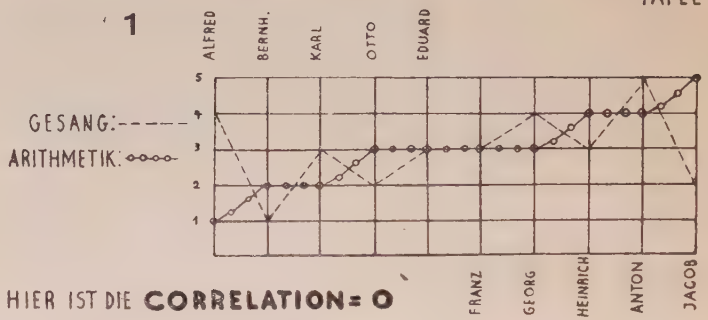
a. Die Rangformel zeigt für die Tests mit Stickernadel und Metallplatten trotz der erwähnten Rangdifferenzen praktisch gleiche Resultate wie die Produktenformel.
b. Sie nimmt weniger Zeit in Anspruch.
c. Sie erlaubt nötigenfalls auch die Einordnung von Qualitäten nach ästhetischem Werte.
d. Die Kurve ist anschaulicher konstruierbar.
e. Für diese zwei Qualitäten ist die Rangformel vorzuziehen.

II.

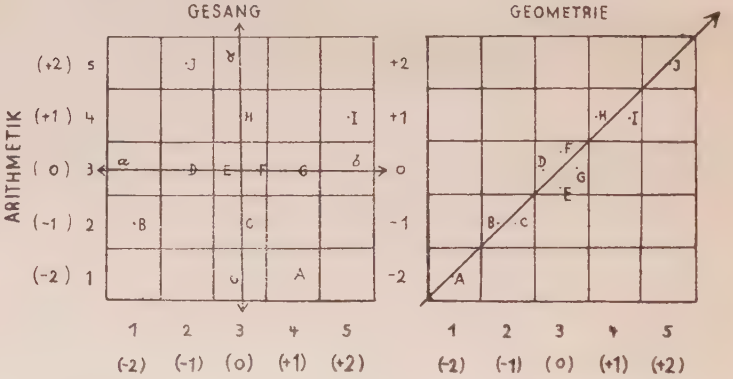
Für den Spielsteintest ist die Produktenformel genauer. Die Rangformel zeigt einen Fehler von 0,482. Graphisch wäre sonst eher die Rangformel zu empfehlen.

TAFEL

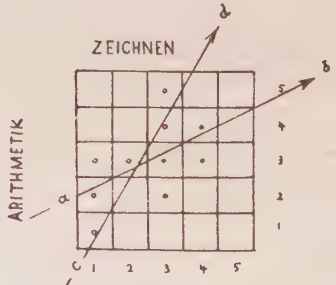
1



HIER IST DIE **CORRELATION = 0**



2 **CORR. = 0** 3 **CORR. = ABSOLUT**



4 *ab, cd* - **REGRESSIONSLINIEN** : CORR. TEILWEISE

FRANZ ZWINGGI M.D

Bibliographie.

1. Psychologie de l'enfant et pédagogie expérimentale. Dr. E. Claparède. (Librairie Kundig, Genève, 1916, 7ème édition, p.367 ff.)
2. Praktische Medizin und Psychotechnik. Dr. Poppelreuter. Münchner Medizinische Wochenschrift, 1926. Seite 639.
3. Methodensammlung für Intelligenzprüfung von Kindern und Jugendlichen. Von William Stern und Otto Wegmann.
4. Psychotechnische Umschau 1924/25. W. Poppelreuter, Psychiatrische Zeitschrift, 1926. Heft 4.
5. Statistische Untersuchung zur Brauchbarkeit einiger psychotechnischer Eignungsteste. F. Schnyder. Inaugural-Dissertation (aus dem Neurologischen Laboratorium der Universität Basel) Basel, 1928.

Für die Anregung zu dieser Arbeit und die Beratung bei derselben spreche ich Herrn Prof. Dr. Bing, für die Beschaffung des derselben zugrunde liegenden Materials an Untersuchungsergebnissen, *Frl. Gertrud Ehinger*, Leiterin der psychotechnischen Untersuchungen am Basler Neurologischen Institut, meinen Dank aus.

												Handfertigkeit						Fingergefühl			
												1		2		3		1		2	
No.		Name:	Geschl.	Alter	Terman	Rang	Stickernadel	Rang	Spielsteine	Rang	Schrot	Rang	Scheere	Rang	Glasplatten	Rang	Metallplatten	Rang			
1	(15)	Raas	♂	14.10	94	31	9.8	50	138	8	94	2	30	3	6	13	8	25			
2	(17)	Schnyder	♂	13.10	105	13	7.7	39	152	27	167	40	25	12	12	44	8	25			
3	(18)	Attenhofer	♂	15	110	7	4.7	4	151	26	140	21	21	27	10	34	10	37			
4	(19)	Hiller	♂	15.6	80	45	7.4	36	165	40	160	36	24	15	14	47	34	50			
5	(20)	Schultheß	♂	15	85	41	6.4	25	148	18	135	18	18	38	10	34	10	37			
6	(21)	Moor	♂	14.9	76	46	6.0	18	154	31	137	20	21	27	10	34	8	25			
7	(22)	Baumann	♂	15.4	96	28	5.3	11	168	44	146	28	25	12	10	34	14	45			
8	(23)	Berger	♀	14.8	90	36	8.0	43	167	42	160	36	17	42	6	13	8	25			
9	(24)	Büttler	♂	15.1	100	22	3.5	1	154	31	145	26	28	6	0	1	4	9			
10	(25)	Heussi	♂	15.3	92	33	6.5	26	153	30	155	32	27	9	12	44	8	25			
11	(26)	Lab	♂	14.7	104	14	5.0	7	155	33	156	33	21	27	4	7	8	25			
12	(27)	Allenbach	♂	14.2	109	8	7.7	39	160	38	178	42	30	3	6	23	6	17			
13	(28)	Waldmeyer	♀	14.8	85	41	7.0	30	170	46	142	24	21	27	14	47	16	48			
14	(29)	Schmid	♂	13.9	113	5	6.7	28	191	47	140	21	24	15	8	24	6	17			
15	(30)	Spühler	♂	15	92	33	6.2	23	169	45	215	48	24	15	10	34	26	49			
16	(31)	Santa	♂	15.2	102	16	4.8	5	148	18	128	16	27	9	0	1	2	4			
17	(32)	Antena	♂	15.7	97	26	6.2	23	130	3	125	11	34	2	6	13	4	9			
18	(35)	Frey	♂	16.9	88	38	4.8	5	213	50	250	49	11	50	22	50	0	1			
19	(36)	Baur	♂	14.1	109	8	9.0	47	152	27	105	4	39	1	10	34	6	17			
20	(38)	Häusler	♂	16.6	84	44	6.0	18	135	5	120	8	21	27	6	13	12	42			
21	(39)	Friedrich	♂	14.10	65	50	7.3	34	202	49	315	50	19	35	13	46	14	45			
22	(40)	Kaspar	♂	14.2	106	12	6.7	28	128	1	94	2	29	5	4	7	0	1			
23	(41)	Zenker	♂	14.5	113	5	6.1	21	194	48	198	45	21	27	8	24	10	37			
24	(42)	Zündt	♂	14.4	115	3	7.0	30	165	40	181	43	14	49	8	24	4	9			
25	(43)	Wagner	♂	15	71	49	8.5	46	138	8	170	41	26	11	6	13	12	42			
26	(44)	Meyer Kurt	♂	16.9	72	48	6.0	18	150	24	136	19	22	21	8	24	6	17			
27	(45)	Lüdin	♂	14.8	101	18	7.8	41	146	15	148	30	20	33	10	34	8	25			
28	(47)	Ghabeau	♂	14.4	109	8	5.9	14	131	4	148	30	16	45	8	24	2	4			
29	(48)	Froendli	♂	15.5	108	11	4.2	2	139	10	90	1	23	20	8	24	2	4			
30	(50)	Witth.	♀	16.4	75	47	8.0	43	146	15	140	21	25	12	8	24	8	25			
31	(51)	Wascher	♂	14	119	1	8.1	45	152	27	213	46	22	21	10	34	0	1			
32	(52)	Bühler	♂	14.10	97	26	7.8	41	148	18	128	16	18	38	6	13	4	9			
33	(54)	Schreiber	♂	14.1	114	4	7.6	38	143	12	164	39	19	35	8	24	4	9			
34	(55)	Ruefli	♂	13.11	92	33	5.7	13	147	17	161	38	15	48	10	34	6	17			
35	(56)	Hufschmid	♂	15.2	102	16	5.2	9	159	37	127	14	19	35	10	34	6	17			
36	(57)	Wanner	♀	15.11	88	38	5.2	9	149	21	110	6	22	21	4	7	4	9			
37	(59)	Märti	♀	16.9	103	15	5.9	14	145	13	125	11	27,5	7	2	5	2	4			
38	(60)	Hoch	♂	14.5	116	2	5.1	8	158	35	142	24	17	42	0	1	10	37			
39	(61)	Hänggi	♂	14.9	99	23	7.1	32	145	13	159	35	20	33	4	7	6	17			
40	(62)	Iseli	♂	17.3	95	30	7.5	37	158	35	157	34	22	21	4	7	8	25			
41	(63)	Weinkopf	♂	15.2	101	18	7.1	32	135	5	109	5	16	45	0	1	6	17			
42	(64)	Dobler	♂	14.6	99	23	7.3	34	164	39	147	29	16	45	6	13	4	9			
43	(65)	Hug	♀	15.2	96	28	5.9	14	149	21	127	14	17	41	6	13	12	42			
44	(66)	Marti	♂	14	101	18	6.5	26	156	34	213	46	17	42	14	47	8	25			
45	(67)	Kleiber	♂	15.3	101	18	5.4	12	149	21	119	7	24	15	8	24	10	37			
46	(68)	Lüscher	♂	15.1	89	37	4.3	3	128	1	122	9	22	21	8	24	14	45			
47	(69)	Ermini	♂	15.11	98	25	5.9	14	167	42	189	44	22	21	2	5	8	25			
48	(71)	Georg	♂	16	93	32	6.1	21	141	11	123	10	27,5	7	6	13	2	4			
49	(75)	Herzog	♂	17.7	85	41	9.5	49	150	24	145	26	18	38	6	13	8	25			
50	(76)	Sänger	♂	15.6	87	40	9.0	47	135	5	125	11	24	15	4	7	4	9			